

# **Alla ricerca della Competenza Logica: considerazioni cognitive, proposte didattiche**

Paolo Gentilini

*Agenzia Nazionale Scuola-IRRE Liguria*

e

*Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche*

*IMATI-CNR*

gentilini@ge.imati.cnr.it

**Sunto:** Si propone un'analisi della razionalità comune giovanile sulla base di considerazioni cognitive e di indagini condotte con gruppi di ricerca di docenti di scuola superiore. Si formula quindi una definizione della *competenza logica di base* auspicabile per un giovane in uscita dal biennio della scuola superiore, in modo tale da fornire il nucleo di un *curricolo trasversale* di Logica.

**Parole chiave:** Logica e razionalità comune giovanile, competenza logica di base, curriculum di Logica per la scuola superiore.

## **1 Premessa**

Vogliamo mettere a fuoco una definizione della *competenza logica* che riteniamo necessaria ad un giovane, oggi, per esercitare in modo consapevole tutti i diritti di cittadinanza. Distinguiamo fra la fase di formazione corrispondente al biennio della scuola superiore (15-16 anni) e quella relativa al triennio di fine ciclo (17-19 anni). In prima istanza ci occupiamo solo della prima fase, e quindi di quella che indicheremo come *competenza logica di base*. E' indispensabile menzionare il contesto di ricerca e di osservazione a cui facciamo riferimento per la formulazione di ipotesi sullo stato cognitivo degli studenti e per casi esemplari in merito alla didattica e agli apprendimenti nelle scuole secondarie di II ciclo in Italia. Tale riferimento è il *Progetto Educazione alla Razionalità, all'Argomentazione, alla Logica* dell'IRR(SA)E Liguria/Agenzia Scuola, attivo dal 1999. In questo ambito gruppi di ricerca di docenti

di scuola superiore coordinati da esperti hanno lavorato per produrre basi metodologiche e concreti percorsi disciplinari e multidisciplinari per l'educazione alla razionalità; inoltre, scuole-polo di ogni ordine<sup>1</sup> hanno sperimentato e in vari modi inserito nell'offerta formativa le proposte elaborate dal Progetto<sup>2</sup>. Nel corso del 2007-2008 l'attività si è concentrata su un *Laboratorio di Logica per la Scuola Superiore*, che ha fra i suoi obiettivi la definizione di un possibile curriculum di Logica per la scuola secondaria, che tenga trasversalmente conto di tutte le discipline e a cui tutte le discipline, in linea di principio, contribuiscano. Ci si può chiedere per quale ragione il Progetto ha deciso solo negli ultimi due anni di affrontare in modo diretto l'educazione alla Logica. Le risposte sono essenzialmente due: la prima è che l'educazione alla competenza razionale, esplorata, definita e didatticamente articolata dalle fasi precedenti della ricerca, fornisce una necessaria cornice metodologica per una didattica della Logica in chiave multidisciplinare. La seconda è che i tempi sono velocemente cambiati: lo stato cognitivo dei quindicenni, e quindi la *competenza logica di senso comune* che si può assumere negli studenti in entrata nella scuola superiore, è cambiata rispetto agli anni vicini al 2000, e non garantisce più alcune abilità elementari. Tuttavia, non si può formulare una proposta didattica innovativa e impegnativa solo come risposta a una crisi, ancorché grave. Aggiungiamo quindi che, a nostro giudizio, i cambiamenti delle condizioni di apprendimento e di lavoro indotti negli ultimi dieci anni dall'evoluzione della tecnologia esigono, proprio per evitare la subordinazione cognitiva del soggetto

---

<sup>1</sup> Istituti Professionali, Istituti Tecnici, Licei: questo tipo di completezza ha sempre caratterizzato la ricerca del Progetto. Inoltre, i gruppi di ricerca hanno coinvolto docenti di *ogni* disciplina.

<sup>2</sup> Molto schematicamente, l'attività del Progetto si è svolta secondo queste fasi. 1999-2002: definizione della *competenza razionale* e pubblicazione dei *Protocolli sull'Educazione alla Razionalità nella Scuola Superiore*, I e II, vedi anche [6]. 2003-2004: didattica dell'*argomentazione*. 2005-2007: applicazione delle ricerche sulla competenza razionale alle problematiche rilevate da OCSE-PISA, vedi anche [5]. 2007-2008, 2008-2009: *Laboratorio di Logica per la Scuola Superiore*: definizione di un possibile curriculum di Logica. Sito: [http://www.irre.liguria.it/progetti/educazione\\_alla\\_razionalita/index.htm](http://www.irre.liguria.it/progetti/educazione_alla_razionalita/index.htm) oppure [www.gentilini.ge.it](http://www.gentilini.ge.it).

alla tecnologia, un incremento della *competenza simbolica*<sup>3</sup> del cittadino, e la dimestichezza con il formalismo logico può essere una via efficace a ciò.

## 2 Logica e razionalità comune giovanile

Ci piacerebbe ritenere che le competenze di base di un cittadino consentano di valutare che il seguente tipo di argomento, comune nella retorica politica, in particolare quella televisiva, non è corretto:

“Si era tutti d’accordo che chi governa bene aiuta i coltivatori di mele.  
Io, signori, ho aiutato i coltivatori di mele. Quindi ho governato bene,  
anzi benissimo.”

Infatti, è una nota fallacia. Il cittadino dovrebbe saper rispondere che si può aiutare i coltivatori di mele e al contempo distruggere il bilancio dello stato. Analogamente, si potrebbe chiedere che la razionalità comune sappia riconoscere che il seguente argomento, nonostante le apparenze, è un’inferenza valida dalle ipotesi assunte:

“tutte le creature con dieci zampe hanno le ali  
tutti i ragni hanno dieci zampe  
quindi, tutti i ragni hanno le ali”

e che, diversamente, la seguente inferenza, nonostante le apparenze, è scorretta, in quanto la conclusione non è conseguenza logica delle premesse:

“tutti i genitori hanno dei figli  
tutti i figli hanno dei genitori  
tutti i genitori hanno l’istinto a proteggere i figli”

La nostra opinione è che per quanto riguarda la razionalità comune giovanile oggi non sia così, e in particolare non sia così per la fascia dei quindicenni. Formuliamo cioè questa valutazione:

quella forma di competenza logica elementare che, in un quindicenne, si poteva anni fa ritenere in parte intuitiva, o garantita in modo implicito dalla razionalità di senso comune, è oggi assente nella media della popolazione giovanile;  
e, simultaneamente, questa proposta:

---

<sup>3</sup> Vedi paragrafo 3.3.

una educazione esplicita alla Logica è necessaria per dare a un quindicenne le abilità logiche elementari indispensabili all'esercizio consapevole della cittadinanza.

Intendiamo corroborare queste affermazioni partendo da una discussione su Esempio 1 ed Esempio 2, i cui testi sono presentati in Appendice. Esempio 1 è uno studio di caso relativo a una scuola che partecipa al Progetto *Educazione alla Razionalità 2007-2008*<sup>4</sup>, Esempio 2 viene dalle prove rilasciate di Scienze della rilevazione OCSE PISA<sup>5</sup> 2006. E' importante notare che Esempio 1 non è qui assunto come caso singolo, ma come situazione tipica che la ricerca del Progetto ritiene indicativa dello stato cognitivo attuale di una parte rilevante dei giovani nella fascia di età considerata.<sup>6</sup>

In Esempio 1 è riportato un test di fine anno di una classe terza di Liceo Scientifico-Tecnologico. Quindi gli studenti hanno alle spalle, almeno nominalmente, un percorso scolastico di alto profilo dal punto di vista curricolare. Tuttavia:

- Le risposte che coinvolgono la valutazione di inferenze elementari o, più generalmente, il nesso di *conseguenza logica*, sono tutte sbagliate.
- Si ha l'impressione di una destrutturazione del discorso dal punto di vista della sintassi del periodo: non esiste padronanza corretta delle congiunzioni e degli avverbi che dovrebbero stabilire il ruolo delle singole proposizioni nell'inferenza che si vuole proporre.
- Si può parlare più di affabulazione che di argomentazione, o comunque di una crisi della parte della *competenza linguistica* che presiede al discorso argomentativo razionale.
- La crisi della *competenza inferenziale* è patente: viene perso il senso del diverso ruolo di premesse e conclusione in un' inferenza.

---

<sup>4</sup> Ringrazio il prof. Guido Massone, docente di Informatica all'ITIS Gastaldi-Giorgi di Genova, per aver fornito il materiale, e per i contributi rilevanti da lui dati nel gruppo di ricerca del *Laboratorio di Logica* sui temi trattati in queste pagine.

<sup>5</sup> Vedi [8], [9].

<sup>6</sup> L'assunzione ulteriore è che il campione di scuole superiori partecipanti al Progetto sia rappresentativo.

- Possiamo anche parlare di una crisi della *competenza semantica* in questo senso. Avendo l'insieme di enunciati: «Se Ada è bolognese, allora Ada è emiliana. Ada non è bolognese. Dunque Ada non è emiliana» non dovrebbe essere difficile intuire un *mondo possibile* o un *contesto di situazioni* in cui tutti gli enunciati sono interpretabili, almeno una premessa è vera, e la conclusione è falsa. Sembra che nessuno sia stato in grado di immaginare una donna di Modena.

L'Esempio 2 è relativo a un campione di 476 quindicenni di scuole superiori italiane. Lo citiamo perché evidenzia in modo sorprendente una crisi della *competenza simbolica*, la quale concorre in modo sostanziale alla competenza razionale e alla competenza logica<sup>7</sup>. Gli esiti sembrano paradossali, perché le alternative proposte alla conclusione corretta, «*la maggior parte dei trapiantati soffre di una malattia renale*», sono assurde. Eppure, la maggioranza del campione ha scelto una conclusione assurda. Un'ipotesi che può sciogliere il paradosso è che i ragazzi hanno letto l'immagine presentata non come insieme di *simboli* che danno luogo a un diagramma a barre riferito ad assi cartesiani, che è la lettura matematica richiesta, ma come insieme di *icone*<sup>8</sup>. Ossia, se il rettangolo più grosso ha l'etichetta *rene* allora i reni sono gli organi più importanti, e così via.

### **3 La competenza logica elementare e i suoi rapporti col senso comune**

Vogliamo fare una analisi più approfondita del tipo di competenza logica che, almeno fino a quindici anni fa, poteva ritenersi veicolata dalla razionalità di senso comune di un soggetto nell'arco di età corrispondente alla scuola superiore. Ci riferiamo ad essa come *competenza logica elementare*. Ci interessa vedere in che punti si è rotto il rapporto fra tale livello di competenza e il senso comune attuale (2008). Pensiamo sia utile articolare quella logica in alcune

---

<sup>7</sup> Per una discussione estesa sulla *competenza simbolica* vedi [5] cap. 2.

<sup>8</sup> Citando Peirce, un segno è iconico “quando può rappresentare il suo oggetto per via di similarità”.

competenze concorrenti: *inferenziale, semantica, simbolica, linguistica.*

### **3.1 La competenza inferenziale elementare**

Una definizione possibile di *competenza inferenziale elementare* è la seguente:

i) Padroneggiare la distinzione fra il ruolo delle *premesse* e il ruolo della *conclusione* in un discorso argomentativo. In particolare, *saper scegliere* delle premesse in un discorso argomentativo.

[Non si fanno richieste sull'adeguatezza delle premesse].

ii) Nella comprensione e nella produzione del testo argomentativo, padroneggiare la sintassi del periodo in modo che l'uso fatto delle congiunzioni e degli avverbi corrispondenti a connettivi logici e a relazioni di conseguenza o equivalenza (*quindi, allora, cioè..*) rifletta il loro significato logico standard.

[Non si fa alcuna richiesta sulla correttezza delle inferenze].

Proponiamo la tesi:

*L'attuale competenza inferenziale di senso comune di un 15-enne è carente rispetto alla competenza inferenziale elementare.*

Corroborazione principale: i report sulle competenze in entrata degli studenti forniti dai docenti di scuole superiori di ogni ordine ci consentono di supporre che i punti i) e ii) della definizione precedente non siano più garantiti dalla razionalità di senso comune. Citando da Esempio 1, una risposta alla richiesta di confutazione di «Se Ada è bolognese, allora Ada è emiliana. Ada non è bolognese. Dunque Ada non è emiliana» è:

*«prendiamo per vera che Ada sia bolognese, Bologna è in Emilia quindi Ada è Emiliana. Quindi se Ada non fosse Bolognese allora non sarebbe neanche Emiliana. Quindi la frase è giusta.»*

dove la confusione è dovuta, fra l'altro, al fatto che «Ada non è bolognese» non è riconosciuta e gestita come assunzione, e l'uso del *quindi* sembra casuale da un punto di vista logico.

Fra le corroborazioni secondarie, la crisi della competenza linguistica. A competenze linguistiche generalmente diminuite corrispondono competenze inferenziali diverse. Inoltre, la crisi della competenza razionale simbolica: l'inferenza coinvolge aspetti sintattici che spesso

coinvolgono aspetti simbolici, ancorché elementari. Se cambia il rapporto con l'uso elementare del simbolo, cambia il tipo di competenza inferenziale.

### 3.2 La competenza semantica elementare

Una connotazione classica della competenza semantica ci dice che:

supponendo assegnato un mondo possibile **M**, il soggetto **S** ha competenza semantica se *comprende le condizioni di verità* di un enunciato **B** in **M**, ossia se possiede la conoscenza (tacita) di come il valore semantico dei componenti atomici di **B** contribuisce al significato complessivo di **B**, unita alla capacità di associare i termini del lessico che occorrono in **B** a oggetti del mondo **M** (competenza lessicale e referenziale).

Ad esempio se **B** è *Carlo è piemontese e non è nato a Torino* l'apparato cognitivo di **S** tacitamente lo elabora come (*Carlo è piemontese*) e [*non (Carlo è nato a Torino)*] e stabilisce che **B** è vero se entrambi i congiunti sono veri, e che il componente *non (Carlo è nato a Torino)* è vero se è falso che *Carlo è nato a Torino*. A questo punto, dato il mondo **M**, entra in gioco la *competenza referenziale* di **S** che associa ai predicati e ai termini lessicali di **B** situazioni e oggetti in **M**, ossia i loro riferimenti. In tal modo **S** è in grado di stabilire quali possono essere gli stati di cose nel mondo **M** che rendono vero **B**.

Senonchè, c'è un problema: chi lo fornisce il mondo **M** ?

La visione aristotelica e fregheana presuppone un soggetto *epistemicamente tolemaico*, in questo senso: esiste un *unico* mondo reale che è *dato* alla percezione con *evidenza*, o che è, in linea di principio, *anche se non effettivamente*, conoscibile dal soggetto. E' una visione concepita per una situazione di fatto in cui ciò che non è conosciuto direttamente è conosciuto prevalentemente per mediazioni semiotiche (segni, scrittura, simbolismi, arti visive, racconto orale). Abbiamo ragione di credere che non sia più così, ossia proponiamo la seguente tesi:

*I problemi che deve risolvere la competenza semantica di senso comune attuale di un 15-enne sono cambiati.*

Ci sembra infatti che, per un soggetto in formazione, la separazione fra conoscenza diretta e indiretta non sia più la stessa, perché oggi la

conoscenza indiretta non è più solo simbolica o semiotica, è spesso fattuale: in altre parole spesso assomiglia alla conoscenza diretta (percettiva) dei fatti. Non sempre conoscenza mediata (artificiale) e conoscenza diretta (naturale) di un evento o di una situazione sono distinguibili. Il soggetto esperisce l'accesso a una molteplicità di realtà primitive tutte in qualche modo virtuali, che non sono mediate dal simbolo o dal segno. Si pensi alla pervasività di mass-media fondati sull'immagine e su percezioni sensoriali dirette della situazione comunicata (televisione, ma non solo<sup>9</sup>). Mentre la conoscenza semioticamente mediata non lasciava dubbi in quanto all'essere riferita a un unico mondo reale, e che semmai a contraddirsi sono gli autori delle comunicazioni o testimonianze, quella pseudo-diretta a mediazione nascosta ci dà esperienza di fatti che spesso danno luogo a descrizioni contraddittorie, e quindi non trasmette la certezza di un unico mondo reale dato.

La conclusione che si propone è questa: oggi, a livello cognitivo, fare la valutazione della verità di una affermazione, non vuol dire solo fare opportune connessioni fra linguaggio e mondo, *vuol dire innanzitutto formulare ipotesi*. In sostanza, i mondi per l'interpretazione semantica *non sono dati*, vanno ipotizzati. Sono quindi molti mondi (possibili), non un solo mondo.

A posteriori, si può dire che la semantica formale *a la* Tarski, in cui in generale un enunciato non contraddittorio ammette infiniti modelli, diversi per dominio e interpretazione, verrebbe incontro alla condizione cognitiva odierna: gli stati di cose con cui confrontare un enunciato non sono dati, *vanno definiti*, o quantomeno selezionati, e sono molteplici.

Abbiamo quindi una nuova condizione per una *competenza semantica elementare* adeguata alla situazione attuale:

---

<sup>9</sup> Per un utente passivo, ingenuo e abituale della pervasiva televisione attuale, la visione di un fatto colta senza riflessione da un telegiornale, non è più un *segno* del fatto (in questo caso un *indice* del fatto) ma è il fatto. Cade cioè, per l'utente, la condizione affinché si abbia *funzione segnica* in un processo comunicativo, ossia la percezione *di qualcosa che sta per qualcos'altro sulla base di una convenzione previamente accettata* (Peirce, Morris, Eco). Tuttavia, gli autori del telegiornale hanno invece operato varie manipolazioni, se non altro selettive, delle immagini del fatto considerato ai fini della trasmissione.

in linea di principio<sup>10</sup>, di fronte a un enunciato  $A$ , saper immaginare (ipotizzare) una serie di contesti *possibili* (o *mondi possibili*) in cui  $A$  è vero e una serie di contesti possibili in cui  $A$  è falso, e saper fare la valutazione *assertiva* di verità su  $A$  scegliendo il contesto  $M$  più plausibile in relazione alla situazione problematica in cui il soggetto è posto, e alla conoscenza comune posseduta dalla comunità di riferimento.

Quindi: l'opzione per il mondo di riferimento (reale) sarebbe fatta a posteriori della formulazione (immaginazione) di più mondi possibili. Se il soggetto cognitivo ristagna allo stadio di "registrazione di fatti" non è possibile oggi (mentre lo era ieri) avere una competenza di giudizio di verità. Una incapacità di ragionamento ipotetico si traduce in una assente competenza al giudizio di verità su un insieme di affermazioni. In questa prospettiva si avrebbe un nuovo tipo di contributo indispensabile della competenza inferenziale a quella semantica.

### **3.3 La competenza simbolica elementare**

Abbiamo già discusso in [5] sulla problematica espressa dalla seguente tesi:

*Uno fra i punti di crisi più attuali per la didattica del ragionamento nella scuola secondaria di 2° ciclo è il rapporto con il simbolico nella Scienza, ossia con la componente formale della Scienza, e della Matematica innanzitutto.*

Accade spesso che il giovane non percepisca il tessuto concettuale espresso dal livello simbolico della Scienza, e che la didattica ripieghi come minor male alla mera trasmissione di procedure da memorizzare.

Ricordiamo che il simbolismo in Matematica corrisponde a un duplice salto cognitivo:

- i) L'acquisizione di una abilità a padroneggiare il rapporto arbitrario fra il simbolo e il suo significato: essa si accompagna alla consapevolezza che il simbolo ha una definizione in linguaggio naturale che dipende in generale dal contesto d'uso, e

---

<sup>10</sup> La condizione ha senso se supponiamo che  $A$ , enunciato naturale intorno al mondo, sia di bassa complessità logica, non tautologico e non contraddittorio.

che presume un accordo nella comunità dei destinatari del discorso, e che va quindi di volta in volta aggiornata.

ii) La comprensione del fatto che il simbolo ha, in generale, per significato un concetto, e quindi una classe potenzialmente infinita di casi particolari.

Quindi, ovviamente, il simbolo, nella teoria e nel discorso matematico scritto, *non è un' icona*. Notiamo che l'utente passivo di tecnologie informatiche è sollecitato più a una connotazione iconica che a una connotazione simbolica del segno.

Il simbolo matematico può esser padroneggiato solo dentro una estensione del linguaggio naturale che lo definisce e lo include: le teorie matematiche che il discente incontra nella prassi didattica sono *estensioni del linguaggio naturale*, ottenute tramite simbolismi *definiti* per esprimere quantità, operazioni, funzioni, relazioni. In un quindicenne di 20 anni fa il tipo di competenza linguistica posseduta rendeva abbastanza intuitivo il passaggio a estensioni del linguaggio naturale, ossia alla padronanza del passaggio dal simbolo alla sua definizione e viceversa. Oggi spesso la situazione è diversa. L'Esempio 2 esprime una crisi diffusa della competenza simbolica. La *competenza simbolica elementare*, che rispetto a tale esempio sarebbe da recuperare, potrebbe essere così connotata:

saper comprendere testi argomentativi in linguaggio naturale in cui vengono anche usati simboli per indicare classi (infinite) di enunciati, classi di termini, classi di proprietà, classi di numeri,...ed essere in grado di applicare a esempi particolari le informazioni date tramite il testo formale.

#### **4 La competenza logica di base per un soggetto cognitivo nuovo**

Abbiamo già osservato che non si possono fare proposte didattiche innovative solo partendo da un elenco di punti di crisi. *Crisi* è un vocabolo di lavoro che non va usato più di tanto: infatti, l'ottica non può essere quella di ri-instaurare una presunta *norma* che si è persa. Una normalità di stato cognitivo in ordine alle competenze evolute nei saperi fondamentali *non esiste*, perché varia insieme alle condizioni ambientali e storiche. Di fronte a condizioni ambientali nuove il soggetto deve sviluppare risorse nuove. Oggi ogni idea di normalità

cognitiva include che ciascuno sappia leggere, scrivere e far di conto, cento anni fa no. L'impresa dell'alfabetizzazione di massa compiuta nel corso del Novecento ha reso diffuse delle abilità che nel secolo precedente erano di élite. Questo non per filantropia, ma perché il consolidarsi della società industriale imponeva tale trasformazione.

Dobbiamo considerare l'adolescente del 2008 come un soggetto cognitivo nuovo, che deve assimilare e rielaborare la realtà che lo circonda con capacità nuove rispetto al suo omologo di trent'anni fa<sup>11</sup>. In breve, ci sembra che la variazione rilevante nelle condizioni al contorno che sollecitano e condizionano la mente giovanile sia la seguente:

*la mole di conoscenza/informazione proposta a un giovane tramite mediatori sub-simbolici è crescente, e, in modo inversamente proporzionale alla classe sociale, tende a preponderare su quella veicolata per via simbolica.*

Questa è una tesi più generale di quella proposta in par. 3.2 in ordine alle modalità della conoscenza indiretta dei fatti<sup>12</sup>. Mediatori sub-simbolici di conoscenza sono le immagini della televisione e del web, gli ipertesti con una abbondanza di indicazioni iconiche, i videogiochi ecc.<sup>13</sup> E' ovvio che, in potenza, i mediatori sub-simbolici sono risorse positive per l'accrescimento della conoscenza. Tuttavia, è altrettanto chiaro che una padronanza virtuosa dei mediatori sub-simbolici, e la capacità di gestire e controllare simultaneamente strumenti sub-simbolici e testi simbolici, richiede una competenza simbolica più forte di quella necessaria in altre epoche. E' molto significativo che da un'analisi statistica dei dati della rilevazione OCSE PISA 2006 sia emersa una correlazione fra numero di ore passate al computer in posizione di utente passivo e basse prestazioni in scienze<sup>14</sup>. La nostra

---

<sup>11</sup> Il confronto con l'adulto formato di oggi non avrebbe senso. L'adulto ha altre risorse ed altri limiti.

<sup>12</sup> Si tratta di discorsi diversi. In 3.2 si è discusso dell'uso di *segni* in senso generale. Qui ci concentriamo su una distinzione all'interno dei mediatori semiotici.

<sup>13</sup> All'opposto, il mediatore simbolico per eccellenza è il testo matematico.

<sup>14</sup> Risultato presentato nell'ambito del Seminario Nazionale *Le regioni italiane in PISA 2006: risultati, problemi, prospettive*, organizzato a Genova il 21-6-2008 dall'ADI e dall'Università di Genova.

interpretazione è che un rilevante sbilancio a favore dell'acquisizione sub-simbolica della conoscenza causi, nel soggetto in formazione:

- Un difficoltoso sviluppo della competenza simbolica, e una rallentata costruzione della competenza linguistica, che nella sua forma compiuta è anche simbolica.
- Una banalizzazione nello sviluppo della competenza inferenziale. La semplice *giustapposizione* di enunciati atomici, l'*elencazione* di frasi semplici, prevalgono sull'inferenza in senso proprio. Domina la produzione di discorsi meramente descrittivi rispetto a quella di discorsi che assegnino alle proposizioni coinvolte ruoli di assunzione, giustificazione, conclusione.

Una educazione alla Logica può rispondere in modo profondo e strategico all'esigenza di strumenti cognitivi che consentano al soggetto di crescere verso standard di razionalità adeguati all'elaborazione della massa caotica di informazioni che lo circonda, proponendosi come una ulteriore necessaria alfabetizzazione di base. Certamente, il metodo di questa ipotizzata educazione è cruciale: Logica *tout court* non basta, e anzi contenuti di Logica proposti con metodi arbitrari o fuori tempo possono essere regressivi per il discente.

Intendiamo quindi definire gli obiettivi dell'educazione (scolastica) a una competenza logica di base per la fine del primo biennio superiore, per il *nuovo* soggetto discente che è l'adolescente di oggi, supponendo che metodi e contenuti siano poi ulteriormente dettagliati da uno specifico curriculum (trasversale) di Logica adottato dalla scuola. Dividiamo gli obiettivi in tre fasi: (A) *competenza inferenziale e simbolica*, (B) *competenza semantica*, (C) *padronanza della relazione di conseguenza logica per argomenti in linguaggio naturale*.

#### **4.1 Competenza inferenziale**

Sintetizziamo la *competenza inferenziale e simbolica di base* nei seguenti punti:

- A1** [Capacità logico-linguistica e logico-simbolica].

Saper trasformare enunciati dichiarativi dal *linguaggio naturale* a una *forma logica senza simboli logici*<sup>15</sup> (ascesi sintattica) e quindi, successivamente, nel *linguaggio simbolico della Logica dei Predicati* del primo ordine.

**A2** [Riconoscimento dell'inferenza].

Saper *riconoscere*, in un discorso naturale argomentativo, la presenza di inferenze e la loro struttura, padroneggiando in particolare la distinzione fra premesse e conclusione.

**A3** [Produzione dell'inferenza].

i) Saper produrre discorsi con la struttura di un' inferenza.

ii) Di fronte a un problema posto, o a un'affermazione da giustificare, saper fare delle assunzioni *pertinenti* per impostare la risoluzione o fondare la giustificazione.

iii) In generale, *saper scegliere gli assiomi (ipotesi)* di una argomentazione che si intende produrre, *rispettando* il ruolo degli assiomi nello sviluppo del discorso.

Perché puntare da subito al linguaggio artificiale ? Perché la traduzione in forma logica non simbolica di un argomento in linguaggio naturale, *effettuata dal soggetto discendente*, fa scoprire l'idea di inferenza. Il passaggio ulteriore dalla la forma logica verso il linguaggio artificiale è una via naturale alla competenza simbolica, e permette una riflessione non ambigua e critica sull'inferenza prodotta. Di fronte a una sorta di forza di inerzia delle suggestioni ambientali, che condiziona nella direzione della destrutturazione della fase argomentativa del discorso naturale, la traduzione nel linguaggio artificiale, *passando prima per la forma logica non simbolica*, è un modo per recuperare la consapevolezza della struttura inferenziale di un testo dato o del testo che si sta producendo. *Il fine, in prima istanza, non è tanto che il giovane impari a produrre inferenze valide, bensì inferenze degne di questo nome.* Il salto cognitivo maggiore è passare da una mera giustapposizione di proposizioni a una forma inferenziale. Consideriamo un caso dell'Esempio 1:

«Se Ada è bolognese, allora Ada è emiliana. Ada non è bolognese. Dunque Ada non è emiliana» (§)

---

<sup>15</sup> Chiamiamo brevemente questa *forma logica non simbolica* e gli esempi successivi chiariscono la nozione.

il primo stadio di riformulazione richiesto sarebbe:

**se bolognese(ada) allora emiliana(ada)**  
**non bolognese (ada)** (\*)  
**non emiliana(ada)**

il secondo stadio sarebbe:

$B(a) \rightarrow E(A)$   
 $\neg B(a)$  (\*)  
 $\neg E(a)$

e solo davanti ad almeno due delle tre forme (§), (\*), (\*\*), e supponendo che (\*), (\*\*) siano state prodotte dal discente o da una discussione di gruppo, è didatticamente ammissibile aprire la riflessione sulla correttezza dell'inferenza proposta. Si può comunque presumere che un ragazzo che abbia effettuato le traduzioni (\*) e (\*\*) difficilmente produca poi discorsi come quelli di Esempio 1 con l'intenzione di avvallare l'argomentazione espressa.

*Le traduzioni non devono servire per il confronto con qualche regola di inferenza memorizzata:* sarebbe un grave errore di metodo. E' il processo di traduzione in sé che deve rendere consapevoli della struttura inferenziale del discorso/testo, e, a posteriori di questa consapevolezza, la confutazione o l'accettazione possono avere un fondamento sensato. Inoltre, il discente deve comprendere che le assunzioni o ipotesi o assiomi di un' inferenza non sono, in generale, adottati applicando una regola. In più, le traduzioni non sono uniche, e in tal modo il discente passa attraverso lo stadio fondamentale della formulazione di assunzioni interpretative intorno a un testo.

Sempre da Esempio 1:

«Se piove, fa freddo. Fa freddo. Quindi piove»

Un possibile primo stadio della traduzione è:

**per ogni x(se giorno-piovoso(x) allora giorno-freddo(x))**  
**giorno-freddo(martedì 6 agosto 2008)**  
**giorno-piovoso(martedì 6 agosto 2008)** (9)

dove si è liberamente deciso (opzione di traduzione) di rendere l'impersonale *piove* con *essere un giorno piovoso* e *fa freddo* con

*essere un giorno freddo*. Inoltre, si è intesa la prima proposizione come generale e le altre localizzate su un giorno particolare. In ciò non si è applicata alcuna regola, e si potevano fare altre scelte parimenti giustificate. Infine, prodotta la traduzione, e supponendo che il ragazzo abbia consapevolezza del significato dei connettivi logici (competenza semantica elementare), ha senso aprire la discussione sul fatto che l'inferenza ( $\circ^{\circ}$ ) è sbagliata, cercando di far comprendere in quale aspetto è sbagliata: si tratta di un *non sequitur*, e la conclusione non contraddice le ipotesi. Notare anche che è importante avere concordato col discente *che tutte le ipotesi si considerano esplicite*, ossia che non ci sono assunzioni tacite sul contesto della situazione oggetto del discorso che potrebbero autorizzare valutazioni diverse.

Nel percorso delineato l'introduzione della Logica Proposizionale come argomento indipendente disturba il processo di analisi della struttura inferenziale del discorso che si vuole avviare: in tale analisi l'espressione della forma interna delle proposizioni è rilevante. Per soggetti caratterizzati da una carente competenza linguistica, la riduzione del discorso alla sola forma logico-proposizionale, presentata come apertura di una educazione alla Logica, rischia di operare come una conferma delle pre-esistenti carenze espressive. La riduzione alla forma proposizionale deve essere compresa, a posteriori del raggiungimento degli obiettivi A1, A2, A3, come una raffinata semplificazione, particolarmente efficace per alcuni scopi e solo per quelli, accanto alla quale diventa però doverosa una discussione critica sul significato dei connettivi proposizionali<sup>16</sup>.

E' evidente che la traduzione proposta di per sé educa al simbolo, ed ha il pregio di farlo anche partendo da situazioni legate alla vita quotidiana, ma ottenendo poi forme simboliche ben più esaurienti ed espressive che il solo uso di variabili individuali per indicare classi di numeri. Tuttavia, il percorso cognitivo si deve completare aggiungendo all'ascesi sintattica esempi della discesa verso le infinite interpretazioni possibili della forma simbolica ottenuta, in generale ben diverse dal punto di partenza. Ad esempio dopo questa ascesi:

---

<sup>16</sup> Non a caso Crisippo è posteriore ad Aristotele.

*nessuno spartano è filosofo*

**non esiste**  $x$  (*(spartano(x) e filosofo(x))*)

$\neg \exists y (S(y) \wedge F(y))$

è opportuno richiedere allo studente anche il passaggio ad alcuni fra gli infiniti esempi particolari di cui la forma simbolica è astrazione, e che siano diversi da quello di partenza:

*non ci sono canarini rossi*

oppure

*non esistono statisti ingenui*

E così via.

#### **4.2 Competenza semantica**

La *competenza semantica di base* è rapidamente individuata a partire dalle connotazioni che dovrebbe comunque avere una competenza elementare (par. 3.3) che metta in grado, oggi, di formulare giudizi di verità su affermazioni che coinvolgono la vita quotidiana:

**B1** Possedere una competenza semantica elementare, e quindi *padroneggiare il significato dei connettivi logici classici*.

**B2** Dato un enunciato in linguaggio naturale, *saper produrre giudizi di verità ipotetici*, ossia: in linea di principio, saper descrivere contesti possibili fra loro diversi, in cui l'enunciato risulta vero o in cui l'enunciato risulta falso.<sup>17</sup>

Questi obiettivi sottintendono anche una ri-educazione all'*immaginazione* di scenari e situazioni che rispettino un qualche criterio di coerenza, nella quale anche le discipline letterarie hanno un ruolo importante.

#### **4.3 Conseguenza Logica**

La didattica della relazione di *conseguenza logica* richiederebbe assai più spazio delle poche righe in cui condensiamo alcuni punti essenziali, ma non è possibile lasciare fuori questo tema. La nozione di conseguenza logica sembra al contempo vicina e lontanissima dal senso comune. Sappiamo che la sua compiuta formulazione avviene solo intorno al 1930, 2300 anni dopo Aristotele<sup>18</sup>. Nella sua accezione semantica pensiamo che sia didatticamente esprimibile attraverso un'

---

<sup>17</sup> Vedi nota precedente in 3.2

<sup>18</sup> In un testo di Bolzano del 1837 compare una versione pre-formale della nozione.

idea intuitiva di *mondo possibile* che prescinde dall'introduzione di linguaggi artificiali, e che può essere trasmessa ai discenti tramite queste connotazioni essenziali: un *mondo possibile* su cui interpretiamo un enunciato *B* è uno stato di cose *che ammette una descrizione non contraddittoria*, e nel quale sono presenti oggetti e situazioni che corrispondono ai termini e ai predicati che occorrono in *B*.

Per il docente, il *mondo possibile* deve corrispondere all'interpretazione (struttura) formale nel senso di Tarski per un linguaggio logico del primo ordine: *chi gestisce questa didattica deve essere consapevole della semantica tarskiana*. Su queste premesse si può dare una definizione di *conseguenza logica* per argomenti in linguaggio naturale che sia didatticamente spendibile a livello di scuola superiore:

*una argomentazione stabilisce un legame di conseguenza logica fra alcune premesse e una conclusione, se non esiste alcun mondo possibile in cui le premesse sono vere e la conclusione è falsa.*

Questa connotazione sollecita la competenza semantica di base definita in 4.2 in quanto richiede la formulazione di diverse situazioni ipotetiche, l'immaginazione di diversi contesti alternativi, sullo sfondo dei quali interpretare e valutare un enunciato proposto. All'interno di questo itinerario si possono indicare questi obiettivi:

**C1** Saper riconoscere o confutare la relazione di *conseguenza logica* [intesa come nozione semantica] all'interno di semplici argomentazioni in linguaggio naturale.

**C2** Avere una consapevolezza dichiarativa della nozione generale di *conseguenza logica* applicata a enunciati in linguaggio naturale, in termini di mondi possibili e di verità.

[Quindi *non* per insiemi di enunciati in linguaggio simbolico artificiale].

Notiamo a latere che, mentre ci sembra didatticamente ammissibile presentare il fatto che una argomentazione svolta con inferenze corrette stabilisce un legame di conseguenza logica fra le premesse e la tesi,<sup>19</sup> riteniamo del tutto impossibile presentare in modo

---

<sup>19</sup> Tramite la considerazione non difficile che se le premesse sono vere nel mondo possibile *M*, e le inferenze sono corrette, allora anche la conclusione è vera in *M*.

accettabile, nel biennio della scuola secondaria, il legame di completezza fra la relazione di conseguenza logica e quella di dimostrabilità.<sup>20</sup>

- [1] Barwise J., Etchemendy J., *The Language of First-order Logic*, 1992, CSLI, Stanford CA.
- [2] Cherubini P., Giarretta P., Mazzocco A. (a cura di), *Ragionamento: psicologia e logica*, 2000, Giunti Firenze.
- [3] Fodor J.A., *The Language of Thought*, 1975, Cromwell, New York.
- [4] Frixione M., *Come ragioniamo*, 2007, Laterza, Bari.
- [5] Gentilini P., Manildo G., Fuso S., *Competenza razionale e didattica dei saperi di base*, 2007, FrancoAngeli, Milano.
- [6] Gentilini P., Manildo G., *Protocollo sull'Educazione alla Razionalità nella Scuola Superiore II Parte: Curricoli e Saperi*, 2002, DPS Edizioni, Genova.
- [7] Gentilini P., *Progettazione del Curricolo di Matematica: competenze, metodi, interazioni fra Dimostrazione e Argomentazione*, in P. Gentilini (a cura di) *Matematica: temi e metodi per la Scuola Superiore*, Milano, EDISTUDIO, 2005, 49-92.
- [8] INVALSI, *Il livello di competenza dei quindicenni italiani. Rapporto nazionale di OCSE-PISA 2003*, 2006, Armando, Roma.
- [9] OCSE, *Valutare le competenze in scienze, letteratura, matematica. Quadro di riferimento PISA 2006*, 2007, Armando, Roma.
- [10] Palladino D., *Corso di Logica: introduzione elementare al calcolo dei predicati*, 2002, Carocci, Roma.

---

<sup>20</sup> Per un docente che voglia realizzare un percorso con gli obiettivi qui presentati possono essere utili, in modo diverso, in fase di preparazione del corso, i testi [1], [4], [7], [10]. I testi [2], [3] sono esempi della varia produzione esistente che riflette il dibattito sulla relazione fra Logica e struttura cognitiva.

## Appendice

### Esempio 1

Classe terza ITIS, indirizzo Liceo Scientifico-Tecnologico. Compito in classe di fine anno del corso di Informatica, con una parte di Logica.

**Consegna:** *Avvallare o confutare le argomentazioni proposte.*

Presentiamo una selezione fra i quesiti del compito. Le risposte qui riportate rappresentano l'andamento della classe. Solo uno studente ha svolto in modo sufficiente la parte di Logica del compito.

#### 1. «Se piove, fa freddo. Fa freddo. Quindi piove»

Risposte:

*o non necessariamente se piove fa freddo (es. nei paesi dell'equatore, ma anche da noi in Italia, piove ma non fa sempre freddo); quindi il ragionamento è giusto ma sbagliato nel contenuto.*

*o Questa inferenza è vera in quanto è vero che se piove fa freddo e viceversa se fa freddo, piove.*

*o Questa inferenza è vera perché prima dice che se piove fa freddo poi specifica che fa freddo e quindi si consegue che piove. Formalmente è corretta.*

*o Vero perché è un sillogismo aristotelico.*

#### 2. «Gli elefanti sono animali, quindi gli elefanti piccoli sono animali piccoli»

Risposte:

*Vera perché se gli elefanti sono animali, anche gli elefanti piccoli sono animali, anche se piccoli.*

#### 3.«Se Ada è bolognese, allora Ada è emiliana. Ada non è bolognese. Dunque Ada non è emiliana»

Risposte:

*o Ada è emiliana quindi la prima proposizione è vera. La seconda proposizione è sempre vera ed è la negazione della prima. Nella logica queste 2 proposizioni non possono esistere insieme come ad esempio: oggi piove e c'è il sole. Sono grammaticalmente corrette ma il significato non va bene.*

*o Se Ada fosse bolognese sarebbe emiliana, ma Ada non è bolognese e quindi non è emiliana. L'inferenza è vera.*

o Questa inferenza è giusta nella forma lessicale ed è anche avvallata nella forma logica perché: prendiamo per esempio che Emilia sia l'insieme principale e Bologna sia un sottoinsieme, Bologna appartiene all'insieme Emilia. Se Bologna non appartiene a Emilia allora Ada non è emiliana.

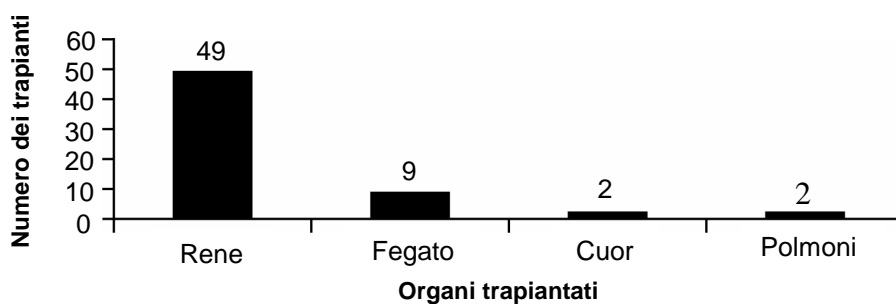
o Prendiamo per vera che Ada sia bolognese, Bologna è in Emilia quindi Ada è Emiliana. Quindi se Ada non fosse Bolognese allora non sarebbe neanche Emiliana. Quindi la frase è giusta.

## Esempio 2

Dalle prove rilasciate di OCSE PISA 2006

### Operazioni sotto anestesia

I trapianti di organi richiedono interventi chirurgici sotto anestesia e diventano sempre più diffusi. Il grafico riporta il numero di trapianti effettuato in un determinato ospedale nel 2003.



Quali delle seguenti conclusioni si possono trarre dal grafico? Metti sì oppure no vicino a ciascuna delle conclusioni proposte:

1. Se si trapiantano i polmoni, bisogna trapiantare anche il cuore
2. I reni sono gli organi più importanti del corpo umano
3. La maggior parte di pazienti trapiantati soffre di una malattia renale
4. Alcuni pazienti subiscono il trapianto di più di un organo

### Esiti del campione di 476 quindicenni italiani:

risposte giuste 40,76 %  
risposte sbagliate 58,82 %  
non risponde 0,42 %